

数学 I

1. 因数分解 (1)

【2次式】

$$\begin{array}{ccc} a & b & \longrightarrow bc \\ c & d & \longrightarrow ad \end{array}$$

$$ac \quad bd \quad ac + bd$$

(例題 1)

$x^2 + 6x + 8$ を因数分解せよ。

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & \\ & \times & \\ 1 & 4 & \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

(例題 2)

$x^2 + 11xy - 12y^2$ を因数分解せよ。

$$\begin{array}{ccc} 1 & 12 & \\ & \times & \\ 1 & -1 & \end{array}$$

$$\therefore x^2 + 11xy - 12y^2 = (x + 12y)(x - y)$$

(例題 3)

$6a^2 - 13a - 15$ を因数分解せよ。

$$\begin{array}{ccc} 6 & 5 & \\ & \times & \\ 1 & -3 & \end{array}$$

$$\therefore 6a^2 - 13a - 15 = (6a + 5)(a - 3)$$

(例題 4)

$$12a^2 - 25ab + 12b^2$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & -3 & \\ & \times & \\ 3 & -4 & \end{array}$$

$$\therefore 12a^2 - 25ab + 12b^2 = (4a - 3b)(3a - 4b)$$

【3次式】

1. 3乗の和・差は公式を用いる。
2. 3次4項式では、 $(x \pm a)^3$ の式になっていないか。

(例題 5)

$x^3 + 27$ を因数分解せよ。

公式: $x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$ を利用する。

$$\therefore x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

(例題 6)

$8p^3 - 125q^3$ を因数分解せよ。

公式： $x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$ を利用する。

$$\therefore 8p^3 - 125q^3 = (2p - 5q)(4p^2 + 10pq + 25q^2)$$

(例題 7)

$x^3 - 12x^2 + 48x - 64$ を因数分解せよ。

公式： $(x - a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$ を利用

$$\therefore x^3 - 12x^2 + 48x - 64 = (x - 4)^3$$

(例題 8)

$8p^3 + 36p^2q + 54pq^2 + 27q^3$ を因数分解せよ。

公式： $(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$ を利用する。

$$8p^3 + 36p^2q + 54pq^2 + 27q^3 = (2p + 3q)^3$$

(例題 9)

等式 $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ を利用して、共通因数を見つけることにより、

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc \\ &= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b) - 3abc \\ &= \{(a + b) + c\}^3 - 3(a + b)c\{(a + b) + c\} - 3ab(a + b) - 3abc \\ &= (a + b + c)^3 - 3(a + b)c(a + b + c) - 3ab(a + b + c) \\ &= (a + b + c)\{(a + b + c)^2 - 3(a + b)c - 3ab\} \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3ca - 3bc - 3ab) \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \end{aligned}$$

]x

2. 因数分解 (2)

- (1)まず、共通因数があればくくりだす
(2)公式を適用する。
(3)次数の低い文字について整理する。
(4)2 次方程式の解の公式を利用する。
(5)因数定理を利用する。
組み立て除法を利用する。

(例題 1)

$(a + b)^2 + 8c(a + b) + 16c^2$ を因数分解せよ。

$(a + b) = t$ とおくと

$$\begin{aligned} & t^2 + 8ct + 16c^2 \\ &= (t + 4c)^2 \\ &= (a + b + 4c)^2 \end{aligned}$$

(例題 2)

$x^4 - 5x^2 - 36$ を因数分解せよ。

$x^2 = t$ とおく。

(例題 3)

(例題 4)

(例題 5)

(例題 6)

【組み立て除法】

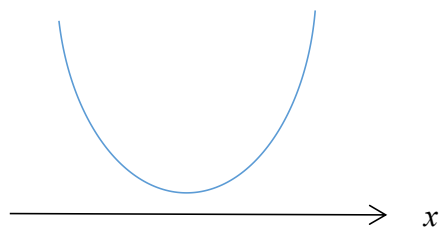
余りが 0 になる
 α の候補: $\pm \frac{d}{a}$

3. 不等式

$ax^2 + bx + x > 0$ が恒等的に成り立つ条件

x^2 の係数 $a > 0$,

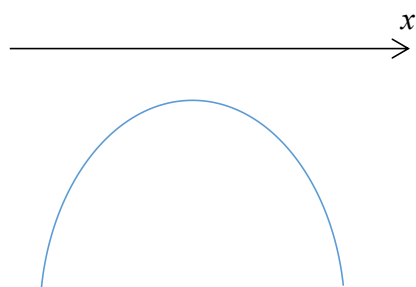
判別式 $D < 0$



$ax^2 + bx + c < 0$ が恒等的に成り立つ条件

x^2 の係数 $a < 0$,

判別式 $D < 0$



(例題 1)

$(2x^2 + 6x - 6) > 0$ を解け。

$$(2x^2 + x - 6) > 0$$

$$(2x - 3)(x + 2) > 0$$

$$x < -2, \frac{3}{2} < x$$

(例題 2)

$2x + 4 \geq x^2$ を解け。

$$x^2 - 2x - 4 \leq 0$$

$$(x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5}) \leq 0$$

$$1 - \sqrt{5} \leq x \leq 1 + \sqrt{5}$$

(例題 3)

2 次不等式 $x^2 - ax - a + 3 = 0$ が実数解をもつように、定数 a の値の範囲を求めよ。

2 次不等式 $x^2 - ax - a + 3 = 0$ が実数解を持つ条件は

判別式

$$D = a^2 - 4(-a + 3) \geq 0$$

$$a^2 + 4a - 12 \geq 0$$

$$(a - 2)(a + 6) \geq 0$$

$$a \geq -6, 2 \leq a$$

(例題 4)

$ax^2 + 2ax + 2 > 0$ が x のどんな値に対しても成り立つように、定数 a の値の範囲を求めよ。

$$a > 0$$

$$D/4 = a^2 - 2a < 0 \Rightarrow a(a - 2) < 0 \Rightarrow 0 < a < 2$$

$$\therefore 0 < a < 2$$

(例題 5)

次の不等式を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

$$2x^2 - 5x - 3 < 0, x^2 - 4x + 2 \geq 0$$

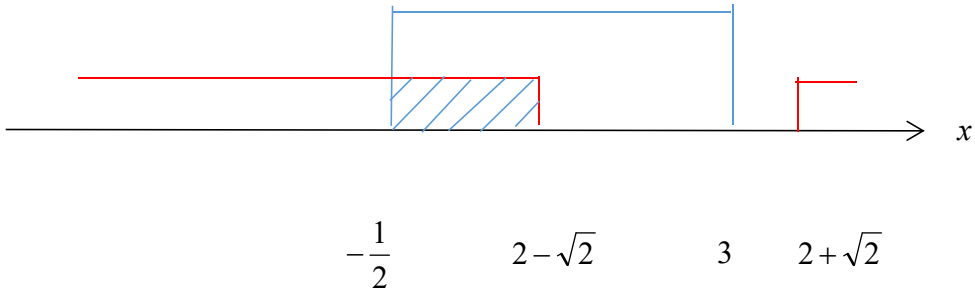
$$(2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$-\frac{1}{2} < x < 3$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow v =$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2^2 - 2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$x \leq 2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2} \leq x$$



$$\text{ゆえに } -\frac{1}{2} < x \leq 2 - \sqrt{2}$$

4. 不等式 (2)

(例題 1)

$$x^2 + 2ax + a + 6 = 0, x^2 + 2x + 2a - 1 = 0$$

がある。少なくとも一方が実数解をもつように、定数 a の値の範囲を求めよ。

$$D/4 = a^2 - (a + 6) \geq 0$$

$$a^2 - a - 6 \geq 0$$

$$(a - 3)(a + 2) \geq 0$$

$$a \leq -2, 3 \leq a$$

$$D/4 = 1 - (2a - 1) \geq 0$$

$$a \leq 1$$

$$\therefore a \leq -2, 3 \leq a$$

(例題 2)

$ax^2 + 2(a + 1)x < 2ax (a \neq 0)$ が x のどんな実数値に対しても成り立つように、

定数 a の値の範囲を定めよ。

$$ax^2 - 2ax + 2(a + 1) < 0$$

$$a < 0, D/4 < 0$$

$$D/4 = a^2 - a2(a + 1) < 0$$

$$a^2 - 2a^2 - 2a < 0$$

$$a^2 + 2a > 0$$

$$a(a + 2) > 0$$

$$a < -2, 0 < a$$

$$\therefore a < -2$$

(例題 3)

すべての実数値 x に対して、不等式 $-2 < \frac{ax^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} < 1$ が

成立するような、定数 a の値の範囲を求めよ。

(解答)

$$\begin{cases} ax^2 + 2x - 1 > 2(x^2 + 1) \\ ax^2 + 2x - 1 - (x^2 + 1) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+2)x^2 + 2x - 3 > 0 \\ (a-1)x^2 + 2x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$a+2 > 0, D/4 = 1 + (a+2)3 < 0$$

$$a > -2, a < -\frac{5}{3} \Leftrightarrow -2 < a < -\frac{5}{3}$$

$$a-1 < 0, D/4 = 1 + (a-1)2 < 0$$

$$a < 1, a < -\frac{1}{2} \Rightarrow a < -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}$$

5. 恒等式

n 次以下の整式 $P(x), Q(x)$ について

$P(x) = Q(x)$ が異なる $n+1$ 個の x に関して成り立つ $\Leftrightarrow P(x) = Q(x)$ は恒等式

(例題 1)

x に関する 4 次式 $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ が完全平方式になるように

a, b の値を求めよ。

4 次式の平方式 $(x^2 + px + q)^2$

$$\begin{aligned} & (x^2 + px + q)^2 \\ &= x^4 + p^2x^2 + q^2 + 2px^3 + 2pqx + 2qx^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2p = 4 \\ p^2 + 2q = -2 \\ 2pq = a \\ q^2 = b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} p &= 2 \\ q &= -3 \\ a &= -12 \\ b &= 9 \end{aligned}$$

(例題 2)

等式 $(k+3)x + (2k-1)y + 7 = 0$ が、 k の値に関係なく

成り立つとき、 x, y の値を求めよ。

k に関する 1 次式とみなして係数一致。

$$(k+3)x + (2k-1)y + 7 = 0$$

$$(3x+2y)k + 3x - y + 7 = 0$$

$$\begin{cases} 3x+2y=0 \\ 3x-y+7=0 \end{cases}$$

$$3y-7=0 \Rightarrow y=\frac{7}{3}$$

$$x=-\frac{14}{9}$$

6. 不等式の証明

1. 1 変数について整理。
2. 平方完成。

(例題 1)

$$x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x + 2y + 2 \geq 0$$

を証明せよ。等号成立するときの値を求めよ。

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + 5y^2 + 2x + 2y + 2 \\ &= x^2 - 2(y-1)x + 5y^2 + 2y + 2 \\ &= (x-y+1)^2 - (y-1)^2 + 5y^2 + 2y + 2 \\ &= (x-y+1)^2 - y^2 + 2y - 1 + 5y^2 + 2y + 2 \\ &= (x-y+1)^2 + 4y^2 + 4y + 1 \\ &= (x-y+1)^2 + (2y+1)^2 \geq 0 \\ \therefore y &= -\frac{1}{2}, x = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

(例題 2)

$a > 0, b > 0$ のとき，不等式

$4(a^3 + b^3) \geq (a + b)^3$ を証明せよ。等号成立の場合を求めよ。

$$\begin{aligned} & 4(a^3 + b^3) - (a + b)^3 \\ &= 4a^3 + 4b^3 - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \\ &= 3a^3 - 3a^2b - 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 3(a^3 - a^2b - ab^2 + b^3) \\ &= 3\{a^2(a-b) - b^2(a-b)\} \\ &= 3(a-b)(a^2 - b^2) \\ &= 3(a-b)^2(a+b) \geq 0 \\ & a = b \end{aligned}$$

7. 不等式の証明 (2)

1. 2 次方程式の実数解を持つ条件

2. 文字が対称 $\Rightarrow$ (相加平均) $\geq$ (相乗平均)

3. シュワルツの不等式

$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$

4. 絶対値を含む不等式 $\Rightarrow$ 2 乗して絶対値をはずす。

5. グラフを利用する。

(例題 1)

$0 < a < b, a + b = 2$ のとき, $1, a, b, ab, \frac{a^2 + b^2}{2}$ の大小を比較せよ。

$$0 < a < b$$

$$a + b = 2$$

$$0 < a < 2 - a \Rightarrow 2a < 2$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

$$1 < b < 2$$

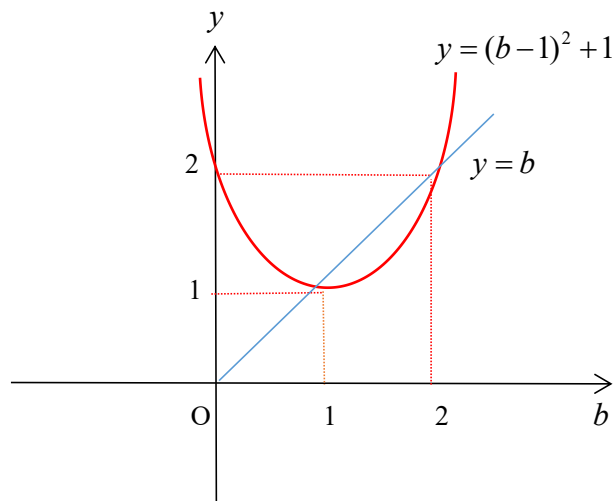
$$ab < b$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{(2 - b)^2 + b^2}{2} = \frac{4 - 4b + 2b^2}{2}$$

$$= b^2 - 2b + 2 = (b - 1)^2 + 1$$

(相加平均) $\geq$ (相乗平均) より

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2} = ab$$



図から, $1 < b < 2 \Rightarrow b > (b - 1)^2 + 1$

(答え) $a < ab < 1 < \frac{a^2 + b^2}{2} < b$

(例題 2)

すべての実数値 x に対して, 不等式

$$-2 < \frac{ax^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} < 1$$

が成立するような a の値の範囲を求めよ。

$$\begin{cases} -2(x^2 + 1) < ax^2 + 2x - 1 \\ ax^2 + 2x - 1 < x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a + 2)x^2 + 2x + 1 > 0 \\ (a + 1)x^2 + 2x - 2 < 0 \end{cases}$$

$$(a + 2) > 0, D < 0$$

$$a > -2, D/4 = 1 - (a + 1) < 0 \Rightarrow 0 < a$$

$$0 < a$$

$$(a + 1) < 0, D < 0$$

$$a < -1, D/4 = 1 - (a + 1)(-2) < 0 \Rightarrow a < -\frac{3}{2}$$

$$a < -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a < -\frac{3}{2}$$

(例題 3)

$|x| < 1, |y| < 1$ のとき

$$\left| \frac{x + y}{1 + xy} \right| < 1 \quad \text{を証明せよ。}$$

$$|x| < 1 \Rightarrow x^2 < 1, |y| < 1 \Rightarrow y^2 < 1$$

$$\left| \frac{x + y}{1 + xy} \right| < 1 \Rightarrow \left(\frac{x + y}{1 + xy} \right)^2 < 1$$

$$(x + y)^2 < (1 + xy)^2$$

$$(1 + xy)^2 - (x + y)^2$$

$$= 1 + 2xy + x^2 y^2 - x^2 - 2xy - y^2$$

$$= -y^2(1 - x^2) + 1 - x^2$$

$$= (1 - x^2)(1 - y^2) > 0$$

(例題 4)

$a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ のとき、次の不等式を証明せよ。

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2}$$
$$\frac{a^2+b^2}{2} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{a^2-2ab+b^2}{4} = \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$$

8. 関数のグラフ

直線 $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1)$

$y = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} x$ を x 軸正の方向に p , y 軸正の方向に q

平行移動。

2 次関数 $y = a(x - p)^2 + q$

$y = ax^2$ を x 軸正の方向に p , y 軸正の方向に q

平行移動。

頂点の座標 (p, q)

双曲線 $y = \frac{a}{x - p} + q$ は $y = \frac{a}{x}$ を x 軸正の方向に p , y 軸正の方向に q

平行移動。

漸近線 $x = p, y = q$

【逆関数】

1. 逆関数が存在する条件は 1 対 1 対応である。

2. 逆関数の求め方は x と y を入れ替えて y について解く。

3. 元の関数の定義域が値域，値域が定義域

4. 元の関数のグラフと，逆関数のグラフは， $y = x$ に関して対称。

1 0. 最大・最小

(例題 1)

$x^2 + y^2 = 1$ のとき $x^2 + 3y^2 + 4x$ の最大値，最小値を求めよ。

x, y 実数条件で範囲決定

$y^2 + x^2 - 1 = 0$

$D = -4(x^2 - 1) \geq 0$

$(x^2 - 1) \leq 0$

$(x + 1)(x - 1) \leq 0$

$-1 \leq x \leq 1$

$x^2 + 3(1 - x^2) + 4x = -2x^2 + 4x + 3$

$= -2(x + 1)^2 + 5$

$-3 \leq -2(x + 1)^2 + 5 \leq 5$

(例題 2)

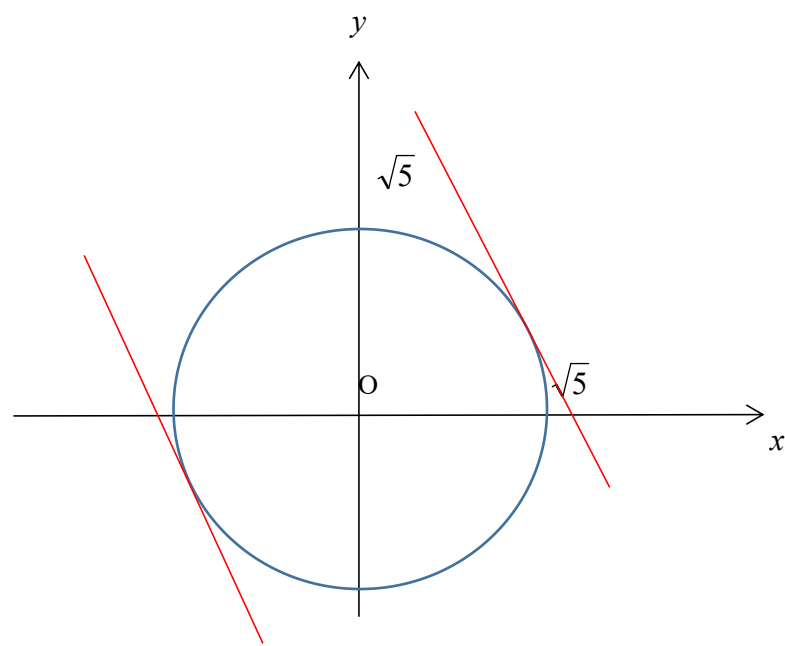
$x^2 + y^2 = 5$ のとき $2x + y$ の最大値, 最小値を求めよ。

$x^2 + y^2 = 5$ は原点中心, 半径 $\sqrt{5}$ の円 C 。

$k = 2x + y$ とおくと, 直線 $l: y = -2x + k$

円 C と直線 l が共有点をもつ k の最大値, 最小値を求める。

k は直線 l の y 切片。



$x^2 + y^2 = 5$ に $y = -2x + k$ を代入する。

$$x^2 + (-2x + k)^2 - 5 = 0$$

$$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$$

$$D/4 = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0$$

$$k^2 \leq 25$$

$$\therefore -5 \leq k \leq 5$$

1 1. 連立方程式

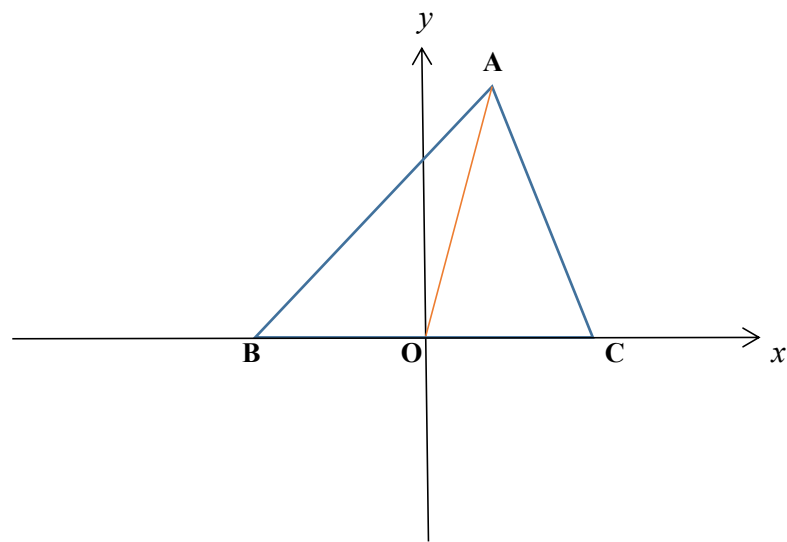
n 個の変数の連立方程式は, n 個の独立な条件の方程式があれば, 解が定まる。
 $n - 1$ 個の独立な条件の方程式があれば, 1 個のパラメータでそれぞれの解を表すことができる。

1 2. 図形と式

【中線定理】

三角形 ABC の 1 辺 BC の中点を O とすると

$$AB^2 + AC^2 = 2(AO^2 + OB^2)$$



【円の接線の方程式】

・ 円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の接点 (x_1, y_1) における接線の方程式は

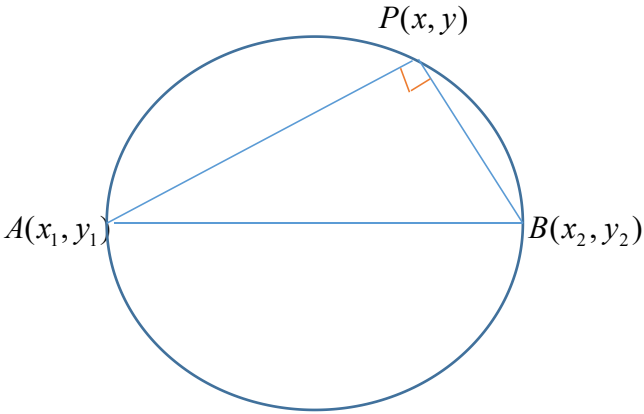
$$xx_1 + yy_1 = r^2$$

・ 円 $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ 上の接点 (x_1, y_1) における接線の方程式は

$$(x - p)(x_1 - p) + (y - q)(y_1 - q) = r^2$$

・ 2 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ を直径とする円の方程式

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$



(例題 1)
円 $x^2 + y^2 = 1$ に接する接線で傾き 2 の直線の方程式を求めよ。

$$x_1x + y_1y = 1$$

$$y = -\frac{x_1}{y_1}x + \frac{1}{y_1}$$

$$x_1^2 + y_1^2 = 1$$

$$-\frac{x_1}{y_1} = 2$$

$$x_1 = -2y_1$$

$$4y_1^2 + y_1^2 = 1$$

$$y_1 = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

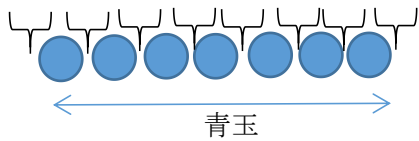
$$x_1 = \mp \frac{2}{\sqrt{5}}$$

(答え) $\mp \frac{2}{\sqrt{5}}x \pm \frac{1}{\sqrt{5}}y = 1$ (複合同順)

1. 1~3 の番号の入った赤球 3 個と 1~7 の番号の入った青球 7 個があり、
どの赤球も隣り合わないような順列の個数は何個か。

(解法のテクニック)
他の要素の両端と隙間に入れる

$${}_7P_7 \times {}_8P_3$$



2. (解法のテクニック)
少なくとも…でない確率 $\Rightarrow$ 余事象

3. 場合の数の鉄則：もれなく，かつ重複なく。
4. 場合の数：いざとなったら，しらみつぶし。
5. YAKUGAKU という 8 文字がある。
4 文字取って並べるとき，その文字が子音である確率

$$\frac{{}_4P_4}{{}_8P_4}$$

6. 円の面積の期待値

$$E(S) = E(\pi r^2) = \pi E(r^2) = \pi E(x^2 + y^2) = \pi \{E(x^2) + E(y^2)\}$$

7. 3 桁の自然数について
15 と互いに素となるものの個数は
(999 - 99) - (3 の倍数または 5 の倍数)

8. $2^l 3^m 5^n (l + m + n = 9)$ の約数の個数

(解法のテクニック)

l, m, n についての対称式 $\Rightarrow l \leq m \leq n$ としてよい。

(答え) $(l+1)(m+1)(n+1)$

9. 同じ種類の 6 冊のノートを 3 人に配る配り方は何通りあるか。ただし，1 冊も配られない人がいてもよいとする。

(答え) ${}_3H_6$

10. 異なる 6 冊のノートを 3 人に配る配り方は、何通りあるか。ただし，1 冊も配られない人がいてもよいとする。

(答え) 3^6

11. 異なる 6 冊のノートを少なくとも 1 人 1 冊配る配り方は何通りあるか。

(答え) $3^6 - 3(2^6 - 2) - 3$

12. n 個のサイコロを同時に投げるとき，出る目の最小値が 2 である確率を求めよ。

$$P(X = 6, 5, 4, 3, 2) - P(6, 5, 4, 3)$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^n - \left(\frac{4}{6}\right)^n$$

13. 3 つの選択肢から 1 つだけ正解を選ぶ問題が問 1 ~ 問 8 まで 8 題ある。
各問題の選択肢をでたらめに選ぶとき，
問 1 ~ 問 4 まで 2 題以上かつ，問 5 ~ 問 8 まで 1 題以上正解する確率を求めよ。

$$\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 - {}_4C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)\right] \times \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4\right]$$

14. 場合の数、確率

具体例を調べて規則性を見抜く

15. $k {}_nC_k = n {}_{n-1}C_{k-1}$

15. 空集合も部分集合

16. 1 から 5 までの番号のついた箱がある。次のような球の入れ方はそれぞれ何通りあるか。
それぞれの箱に赤、白、青の球のうちどれか 1 つを入れてどの色の球も必ずどれかの箱に入れるような場合の数。

(答え) $3^5 - 3 \times (2^5 - 2) - 3$

17. 男子 3 人、女子 4 人から男子 1 人女子 2 人を選んで 1 列に並べる並べ方は何通りあるか。

(答え) ${}_3C_1 \times {}_4C_2 \times {}_3P_3$

18. 三角形 ABC の各辺を 3 分割したときの 6 点と 3 頂点のうちから、3 点を結んでできる三角形の個数は全部で何通りあるか。

(解法のテクニック)

各辺から 1 直線状に 3 点を選ぶ選び方は $3 \times {}_4C_3$ 通り

(答え) ${}_9C_3 - 3 \times {}_4C_3$

19. 9 人の子供を 3 人ずつ A,B,C に分ける方法は

${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 = 1680$ 通り

20. 9 人の子供を 3 人ずつ 3 つの組に分ける方法は

$\frac{1680}{3!} = 280$ 通り

21. 5 個の要素からなる部分集合の個数を求めよ。

(解法のテクニック)

各要素について含まれるか含まれないかの 2 通りがある。

$2^5 = 32$ 通り

22.異なる 7 冊の本から少なくとも 1 冊以上好きな数だけ本を取り出す方法は何通りあるか。

(解法のテクニック)

それぞれの本について取り出すか取り出さないかの 2 通りがある。

$2^7 - 1 = 127$ 通り

23.白球 5 個，赤球 3 個，黒球 2 個がある。
この 10 球を 6 人に分ける方法は何通りあるか。

${}_6H_5 \times {}_6H_3 \times {}_6H_2$

24. 大人 4 人，子供 3 人を 3 つの部屋に分ける。
各部屋に大人が少なくとも 1 人いる場合は何通りあるか。

$\{3^4 - 3 \times (2^4 - 2) - 2\} \times 3^4$

25. サイコロを 3 回投げて少なくとも 1 回 5 が出る確率を求めよ。

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$

余事象

26. 確率 P_n の最大を求める。

(解法のテクニック)

$P_n - P_{n-1}$ の符号，または $\frac{P_n}{P_{n-1}} > 1$ を調べる。

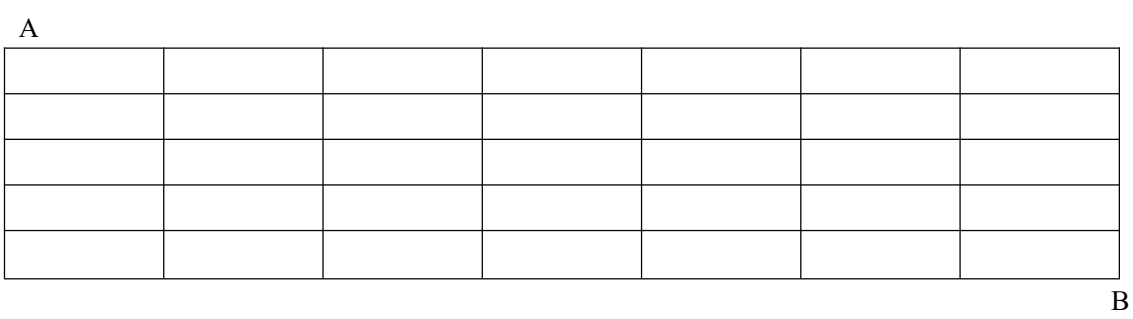
27. 円順列： $\frac{{}_nP_n}{n} = (n-1)!$

28. 数珠順列： $\frac{(n-1)!}{2}$

29. 重複順列：異なる n 種類のものから， r 個にとって並べる順列 n^r

30. 2 項係数： ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r \leftarrow$ 特定の人 A が含まれる。
 $\nearrow$ n 人から r 人選ぶ $\nwarrow$ 特定の人 A が含まれない

31.図のような道を点 A から点 B まで行く道筋は何通りあるか。



右向き矢印が 7 個，下向き矢印が 5 個，計 1 2 個の組み合わせ。

$$\frac{12!}{7!5!}$$

32.2 項定理
$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$2^n = (1+1)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n$$

33.多項定理
$$\frac{n!}{p!q!r!}(p+q+r=n)$$